TENGLAMALARNI TADQIQ QILISHDA PARAMETRNI NOMA’LUM SIFATIDA QARASH

Janiqulov Qamariddin Kenjayevich,
Samarqand davlat universiteti
mustaqil-tadqiqotchisi, Samarqand, O‘zbekiston
qjaniqulov@gmail.com

Maqolada algebraik, irratsional va parametrli tenglamalarni yechishga o‘rgatishda parametrlarni variatsiyalash usulidan foydalanishning metodik imkoniyatlari ko‘rib chiqiladi. Murakkab tenglamalarni parametrga nisbatan kvadrat tenglamaga keltirish nafaqat yechish jarayonini sezilarli darajada soddalashtirishi, balki o‘quvchilarda tadqiqotchilik kompetensiyasini shakllantirish uchun sharoit yaratishi ko‘rsatilgan. Mazkur usulning analitik, mantiqiy va grafik tafakkurni, shuningdek, matematik modellashtirish hamda isbotli mulohaza yuritish ko‘nikmalarini rivojlantirishga xizmat qiluvchi didaktik imkoniyatlari ochib beriladi. Parametrli tenglamalarning turli sinflarini tahlil qilish asosida o‘quvchilarning tadqiqot faoliyatini tashkil etishning metodik algoritmi taklif etilgan va uning amaliy qo‘llanishi misollar orqali ko‘rsatilgan.

Kalit so‘zlar: *parameter, parametrlarni variatsiyalash, parametrli tenglamalar, tadqiqotchilik kompetensiyasi, matematik tafakkur, matematikani o‘qitish, tadqiqot faoliyati, irratsional tenglamalar, modul qatnashgan tenglamalar.*

РАССМОТРЕНИЕ ПАРАМЕТРА В КАЧЕСТВЕ НЕИЗВЕСТНОГО ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ УРАВНЕНИЙ

В статье рассматриваются методические возможности использования метода вариации параметров при обучении решению алгебраических, иррациональных уравнений и уравнений с параметрами. Показано, что сведение сложного уравнения к квадратному уравнению относительно параметра не только существенно упрощает процесс решения, но и создаёт условия для формирования исследовательской компетентности учащихся. Раскрыты дидактические возможности метода в развитии аналитического и логического мышления, математического моделирования и навыков доказательного рассуждения. На основе анализа различных классов параметрических уравнений предложен методический алгоритм организации исследовательской деятельности учащихся, и показано его применение на конкретных примерах.

Ключевые слова: *параметр, вариация параметров, параметрические уравнения, исследовательская компетентность, математическое мышление, обучение математике, исследовательская деятельность, иррациональные уравнения, уравнения с модулем.*

CONSIDERING A PARAMETER AS UNKNOWN WHEN INVESTIGATING EQUATIONS

This article explores the methodological potential of applying the variation of parameters method when teaching how to solve algebraic, irrational, and parametric equations. It demonstrates that reducing complex equations to quadratic equations with respect to a parameter not only significantly simplifies the solving process, but also creates conditions for developing students' research competence. Furthermore, the study highlights the didactic potential of this method in fostering analytical, logical, and graphical thinking, as well as skills in mathematical modeling and deductive reasoning. Based on an analysis of various classes of parametric equations, the paper proposes a methodological algorithm for organizing students' research activities and illustrates its practical application through examples.

Keywords: *parameter, variation of parameters, parametric equations, research competence, mathematical thinking, teaching mathematics, research activity, irrational equations, absolute value equations.*

Kirish. Zamonaviy matematik ta’lim nafaqat masalalarni yechishning tayyor algoritmlarini o‘zlashtirishga, balki o‘quvchilarda tadqiqotchi tipidagi tafakkurni, matematik obyektlarni tahlil qilish, gipotezalarni ilgari surish, olingan natijalarni asoslash va umumlashtirish qobiliyatini shakllantirishga ham yo‘naltirilgan. Shu munosabat bilan parametrli masalalar alohida metodik ahamiyat kasb etadi, chunki ularni yechish turli holatlarni ko‘rib chiqish, qonuniyatlarni aniqlash va parametr qiymatlari o‘zgarganda yechimlar

to‘plamining qanday o‘zgarishini tadqiq etishni talab qiladi. Bunday masalalarni yechishning samarali usullaridan biri parametrlarni variatsiyalash usulidir. Parametrlarni variatsiyalash usuli – parametrli tenglamalarni yechish usuli bo‘lib, u parametrni vaqtincha noma’lum miqdor sifatida qarashga, dastlabki tenglamani parametrga nisbatan soddaroq tuzilmaga keltirishga, so‘ng uning mumkin bo‘lgan qiymatlarini aniqlash va dastlabki tenglamaning yechimlariga qaytishga asoslanadi. Ushbu usul nafaqat hisoblashdagi o‘zgartirishlarni qisqartiradi, balki o‘quvchilarning tadqiqot faoliyatini tashkil etish uchun ham sharoit yaratadi. Uning asosiy g‘oyasi shundan iboratki, yechimning ma’lum bir bosqichida parametr vaqtincha noma’lum sifatida qaraladi, dastlabki noma’lum esa parametr rolini bajaradi. Natijada o‘zgaruvchiga nisbatan murakkab tenglama parametrga nisbatan ancha sodda, ko‘pincha kvadrat tenglamaga aylantiriladi. Parametr qiymatlari topilgach, dastlabki tenglamani tadqiq qilishga va uning yechimlarini aniqlashga teskari o‘tiladi.

Mavzuga oid adabiyotlar tahlili. [1] kitobining 55–56-betlarida keltirilgan II.94-masalani yechishni o‘rganishbizni tenglamalarni parametrlarni variatsiyalash usuli bilan yechish g‘oyasiga olib keldi. [2]-ishda o‘quvchilarning tadqiqot faoliyati o‘rganilgan. Shuni ta’kidlash kerakki, mazkur usulning qiymati faqat hisoblash jihati bilan cheklanmaydi. Undan foydalanish o‘quvchilarning tadqiqotchilik kompetensiyasini rivojlantirishga yordam beradi, chunki u tenglama tuzilishini tahlil qilishni, o‘zgartirishlarning to‘g‘riligini tekshirishni, turli holatlarni tadqiq etishni va olingan natijalarni mantiqan asoslashni talab qiladi. Shunday qilib, yechish jarayoni tadqiqot xarakterini kasb etadi, o‘quvchilar esa nafaqat hisoblash algoritmlarini, balki matematik tadqiqot usullarini ham o‘zlashtiradilar.

O‘quvchilarning matematik tadqiqot faoliyatini tashkil etish masalalari V. A. Dalingerning izlanish va tadqiqot faoliyatiga bag‘ishlangan ishida [3] hamda I. N. Litvinovaning parametrli masalalarni yechish orqali o‘quvchilarda tadqiqotchilik ko‘nikmalarini shakllantirishga oid maqolasida [4] yoritilgan. Mazkur yo‘nalishdagi tadqiqotlar parametrli masalalarni faqat hisoblash amallari ketma-ketligi sifatida emas, balki muammoni tahlil qilish, farazlarni ilgari surish, ularni tekshirish va matematik xulosalarni asoslash jarayoni sifatida tashkil etish zarurligini ko‘rsatadi.

S. Alixonovning “Matematika o‘qitish metodikasi” darsligida [5] matematik tushunchalarni o‘qitish, masalalarni yechish metodikasini shakllantirish va o‘quvchilarning matematik tafakkurini rivojlantirish masalalari yoritilgan. V.A. Dalingerning parametrli masalalarga bag‘ishlangan o‘quv qo‘llanmasi [6] mazkur masalalarni o‘rganishning nazariy va amaliy jihatlarini chuqurlashtirishga xizmat qiladi. Z. Turdaliyevning “Super matematika” turkumidagi qo‘llanmalari [7; 8] ham parametrli masalalarni yechish bo‘yicha qo‘shimcha o‘quv materiallari sifatida ahamiyatlidir.

Q.K. Janiqulovning parametrli tenglamalarni turli usullarda yechishga bag‘ishlangan ishi [9], A.U. Arziqulov va Q.K. Janiqulovning parametrga bog‘liq tenglamalarni yechish metodlariga oid maqolasi [10], shuningdek, Q.K. Janiqulovning parametrga nisbatan parametrik tenglamalarni yechish usuliga bag‘ishlangan tadqiqoti [11] mazkur yo‘nalishning metodik imkoniyatlarini o‘rganishga qaratilgan. Mualliflarning ushbu ishlari parametrli tenglamalarni yechishda turli algebraik o‘zgartirishlardan foydalanish va tenglama tuzilishini tahlil qilish masalalarini tadqiq etish uchun muhim manbalar hisoblanadi.

Mavjud adabiyotlar tahlili parametrli tenglamalarni yechishning nazariy asoslari, turli metodlari va o‘quvchilarning tadqiqotchilik ko‘nikmalarini rivojlantirish masalalari o‘zaro bog‘liq ekanini ko‘rsatadi. Shu bilan birga, parametrni vaqtincha noma’lum sifatida qarash, tenglamani parametrga nisbatan soddaroq, jumladan, kvadrat tenglama ko‘rinishiga keltirish hamda keyinchalik dastlabki o‘zgaruvchiga qaytib, barcha yechimlarni to‘liq tasniflash jarayonini yagona metodik algoritm asosida bayon etish ushbu maqolaning asosiy yo‘nalishini tashkil etadi. Mazkur yondashuv parametrli tenglamalarni yechish bilan bir qatorda, parametr qiymatlarining ildizlar soni va xarakteriga ta’sirini tahlil qilish, maxsus holatlarni aniqlash hamda olingan natijalarni mantiqiy asoslashga yo‘naltirilgan.

Tadqiqot obyekti va qo‘llanilgan metodlar. Maqolada o‘zgaruvchi bilan parametrning o‘rinlarini almashtirish usuli qo‘llanadi. Agar tenglama $\boldsymbol{x}$ ga nisbatan yuqori, $\boldsymbol{p}$ ga nisbatan esa past darajali bo‘lsa, uni vaqtincha $\boldsymbol{p}$ ga nisbatan tenglama sifatida qarash foydali. Hosil bo‘lgan ifoda ko‘pincha dastlabki ko‘phadning ko‘paytuvchilarga ajralishini ko‘rsatadi. Algebraik usulning o‘zi yangi natija sifatida da’vo qilinmaydi. Metodik vazifa ushbu usulni izchil tadqiqotga aylantirish va har bir misolni to‘liq tasniflashdan iborat.

Material aniq fanlarga iqtisoslashtirilgan ta’lim muassasalari o‘quvchilari uchun mo‘ljallangan bo‘lib, undan fakultativ mashg‘ulotlarda, matematika to‘garaklarida va murakkab masalalarni yechishda foydalanish mumkin.

Olingan natijalar va ularning tahlili.

Tadqiqot ketma-ketligi.

Hisoblashni boshlashdan oldin o‘quvchilarga yetti bosqichdan o‘tish taklif etiladi.

Bosqich	O‘quvchining savoli	Tadqiqot harakati
1	Ifoda parametrlarning qaysi qiymatlarida ma’noga ega?	Joiz qiymatlar sohasini aniqlash.
2	Qaysi qiymatlar yuqori darajali had koeffitsiyentini nolga aylantiradi?	Aynigan holatlarni ajratish.
3	Qaysi harfga nisbatan daraja pastroq?	Yangi noma’lumni asosli tanlash.
4	Diskriminant to‘la kvadratmi?	Yashirin tuzilmani aniqlash.
5	Yechim qanday tarmoqlarga ajraladi?	Ko‘paytuvchilarga ajratishni topish va tekshirish.
6	Tarmoqlar qachon bir xil ildiz beradi?	Chegaraviy holatlar va ildizlar karraligini aniqlash.
7	Haqiqiy ildizlar soni qanday o‘zgaradi?	Tasnif tuzish va uni misollar bilan tekshirish.

Bu ketma-ketlik “namuna asosida yechish” talabidan farq qiladi. Natija bitta formula emas, balki barcha holatlarning isbotlangan tavsifi bo‘ladi.

1-misol. Ikki parametrni o‘z ichiga olgan $q^2x^3-(p^2+q)x-p=0$ uchinchi darajali algebraik tenglamani ko‘rib chiqamiz.

Yechish. Tenglamani taklif etilgan bosqichlar asosida yechamiz.

1. Dastlabki tenglama o‘zgaruvchi x ga nisbatan kubik bo‘lib, ikkita parametrni o‘z ichiga oladi.

2. Parametr p ni vaqtincha noma’lum sifatida qaraymiz.

3. Dastlabki tenglamani p parametrga nisbatan $xp^2+p+xq-q^2x^3=0$ kvadrat tenglamaga keltiramiz.

4. Uning diskriminantini hisoblaymiz va kvadrat tenglama ildizlari formulasi yordamida parametrning mos qiymatlarini $p$topamiz.

5. Dastlabki parametrli tenglamaning yechimlari. Topilgan parametrning har bir qiymatini p uchun dastlabki ifodaga tenglashtiramiz. Olingan tenglamalarni x o‘zgaruvchiga nisbatan yechib, dastlabki kubik tenglamaning barcha ildizlarini aniqlaymiz.

$$x_1=-\frac{p}{q},\ x_2=\frac{p-\sqrt{p^2+4q}}{2q},\ x_3=\frac{p+\sqrt{p^2+4q}}{2q}.$$

6. Parametrning yechimlar soni va xarakteriga ta’sirini tadqiq etish:

Bu yerda D_p — tenglamaning p parametriga nisbatan diskriminanti, Δ esa kvadrat tarmoqning x o‘zgaruvchisiga nisbatan diskriminantidir.

$\Delta=p^2+4q$ deb belgilaymiz. $\Delta>0$ shartining o‘zi uchala ildiz ham turlicha ekanini tasdiqlash uchun yetarli emas: chiziqli va kvadrat tarmoqlarning ildizlari $q=2p^2$ bo‘lganda ustma-ust tushadi. Shunday qilib, $q\neq 0$ bo‘lganda:

•$\Delta<0$ bo‘lsa, bitta haqiqiy ildiz mavjud;

•$\Delta=0$ bo‘lsa, ikkita turli haqiqiy ildiz mavjud va ulardan biri karrali;

•$\Delta>0$ va $q=2p^2$ bo‘lsa, ikkita turli haqiqiy ildiz mavjud va ulardan biri karrali;

•$\Delta>0$ va $q\neq 2p^2$ bo‘lsa, uchta turli haqiqiy ildiz mavjud.

Xulosani tekshirish uchun $p=1$, $q=2$ qiymatlarni olish foydali. Bu holda

$4x^3-3x-1=(x-1)(2x+1)^2$.

Demak, kvadrat tarmoq diskriminantining musbatligi uning ildizi chiziqli tarmoq ildizi bilan ustma-ust tushmasligini kafolatlamaydi.

2-misol. Quyidagi $qx^4+qx^3-2\sqrt{q}px^2-\sqrt{q}px+p^2=0$ tenglamani yeching.

Yechish (parametrlarni variatsiyalash usuli).

1. Dastlabki algebraik tenglama o‘zgaruvchi x ga nisbatan to‘rtinchi darajali bo‘lib, ikkita parametrni o‘z ichiga oladi.

2. Parametr p ni vaqtincha noma’lum sifatida qaraymiz.

3. Ayniy o‘zgartirishlar yordamida dastlabki tenglamani p parametrga nisbatan kvadrat tenglamaga $p^2-(2x^2+x)\sqrt{q}p+qx^4+qx^3=0$ keltiramiz.

4. Hosil bo‘lgan kvadrat tenglamaning $D=x^2q$ diskriminantini hisoblaymiz. Kvadrat tenglama ildizlari formulasidan foydalanib, parameter p ning qiymatlarini topamiz: $p_{1,2}=\frac{(2x^2+x)\cdot\sqrt{q}\pm\sqrt{q}\cdot|x|}{2}$.

5. Dastlabki parametrli tenglamaning yechimlari. Parametr p ning topilgan har bir qiymatini mos ifodaga qo‘yib, o‘zgaruvchi x ga nisbatan kvadrat tenglamalar hosil qilamiz. Olingan tenglamalarni x o‘zgaruvchiga nisbatan yechib, dastlabki tenglamaning barcha ildizlarini aniqlaymiz.

$x_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{p}{\sqrt{q}}}$; $x_{3,4}=\frac{-\sqrt[4]{q}\pm\sqrt{\sqrt{q}+4p}}{2\sqrt[4]{q}}$.

6. Parametrning yechimlar soni va xarakteriga ta’sirini tadqiq etish:

•$p>0$ bo‘lsa, to‘rtta turli haqiqiy ildiz mavjud;

•$p=0$ bo‘lsa, $x=0$ va $x=-1$ dan iborat ikkita turli ildiz mavjud, bunda $x=0$ ning karraligi uchga teng;

•$-\frac{\sqrt{q}}{4}<p<0$ bo‘lsa, ikkita turli haqiqiy ildiz mavjud;

•$p=-\frac{\sqrt{q}}{4}$ bo‘lsa, karraligi ikkiga teng bo‘lgan yagona $x=-\frac{1}{2}$ haqiqiy ildiz mavjud;

•$p<-\frac{\sqrt{q}}{4}$ bo‘lsa, haqiqiy ildiz yo‘q.

Bu misolda shoshilinch farazga qarshi misol topish muhim. Masalan, $\sqrt{q}+4p>0$ sharti faqat ikkinchi tarmoq ildizlarining haqiqiyligini ta’minlaydi. $q=1$, $p=-0{,}1$ bo‘lganda bu shart bajariladi, ammo birinchi tarmoqdagi $x^2=-0{,}1$ tenglama haqiqiy ildiz bermaydi. Demak, dastlabki tenglama to‘rtta emas, ikkita haqiqiy ildizga ega.

3-misol. Ikki parametrni o‘z ichiga olgan $q^4x^6-(p+q^2)x^2+\sqrt{p}=0$ oltinchi darajali algebraik tenglamani ko‘rib chiqamiz.

Yechish. 1. Dastlabki algebraik tenglama x o‘zgaruvchiga nisbatan oltinchi darajali bo‘lib, ikkita parametrni o‘z ichiga oladi.

2. Parametrni p vaqtincha noma’lum sifatida qaraymiz.

3. Ayniy o‘zgartirishlar yordamida dastlabki tenglamani p parametrga nisbatan kvadrat tenglamaga keltiramiz. Hisoblashlarni soddalashtirish uchun $\sqrt{p}=t$ yordamchi o‘zgaruvchini kiritamiz va t ga nisbatan kvadrat tenglama hosil qilamiz. $x^2t^2-t+(q^2x^2-q^4x^6)=0$.

4. Hosil bo‘lgan kvadrat tenglamaning diskriminantini $D=(2x^4q^2-1)^2$ hisoblaymiz. Kvadrat tenglama ildizlari formulasidan foydalanib, parameter t ning qiymatlarini topamiz: $t_{1,2}=\frac{1\pm|2x^4q^2-1|}{2x^2}$.

5. Dastlabki parametrli tenglamaning yechimlari: Parametr p ning topilgan har bir qiymatini mos ifodaga qo‘yib, x o‘zgaruvchiga nisbatan kvadrat tenglamalar hosil qilamiz. Olingan tenglamalarni x o‘zgaruvchiga nisbatan yechib, dastlabki tenglamaning barcha ildizlarini aniqlaymiz.

$x_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{\sqrt{p}}{q^2}}$ va $x_{3,4,5,6}=\pm\sqrt{\frac{\sqrt{p}\pm\sqrt{p+4q^2}}{2q^2}}$.

6. Parametrning yechimlar soni va xarakteriga ta’sirini tadqiq etish:

•$p=0$, $q\neq0$ bo‘lsa, 0 va $\pm\frac{1}{\sqrt{|q|}}$ dan iborat uchta turli haqiqiy ildiz mavjud;

•$p>0$, $q\neq0$, $q^2=2p$ bo‘lsa, ikkita turli haqiqiy ildiz mavjud va ikkalasining karraligi ikkiga teng;

•$p>0$, $q\neq0$, $q^2\neq2p$ bo‘lsa, to‘rtta turli haqiqiy ildiz mavjud.

Masalan, $p=q=1$ bo‘lganda tenglama

$x^6-2x^2+1=(x^2-1)(x^4+x^2-1)$

ko‘rinishga keladi. U to‘rtta haqiqiy ildizga ega; qolgan ikkita ildiz kompleks sonlardir. Ushbu misol uchta kvadrat ifodaning mavjudligi oltita haqiqiy ildiz borligini anglatmasligini ko‘rsatadi.

Muhokama. O‘tkazilgan tadqiqot shuni ko‘rsatadiki, parametrlarni variatsiyalash usuli o‘quvchilarga nafaqat parametrli tenglamalarning yechimlarini topish, balki parametrlarning yechimlar to‘plamiga ta’sirini tahlil qilish imkonini ham beradi. Tadqiqot jarayonida maktab o‘quvchilari: matematik modellar tuzishni; parametrlarning kritik qiymatlarini aniqlashni; mantiqan asoslangan xulosalar chiqarishni; olingan natijalarni matematik nuqtayi nazardan talqin qilishni o‘rganadilar.

Aynan shunday o‘quv faoliyatini tashkil etish o‘quvchilarning tadqiqotchilik kompetensiyasini shakllantirish, analitik tafakkurini va matematik madaniyatini rivojlantirishga yordam beradi.

Xulosa. O‘tkazilgan tadqiqot shuni ko‘rsatdiki, parametrlarni variatsiyalash usuli sezilarli didaktik salohiyatga ega bo‘lib, algebraik, irratsional va parametrli tenglamalarning turli sinflarini yechishga o‘rgatishda samarali qo‘llanishi mumkin.

An’anaviy yechish usullaridan farqli ravishda, taklif etilayotgan usul nafaqat to‘g‘ri javobni olishga, balki matematik model tuzilishini tadqiq etishga, parametrlarning yechimlar to‘plamiga ta’sirini tahlil qilishga, alohida holatlarni aniqlashga va mantiqan asoslangan xulosalar tuzishga yo‘naltirilgan.

Parametrlarni variatsiyalash usulidan foydalanish o‘quvchilarning analitik va mantiqiy tafakkurini rivojlantirish, matematik modellashtirish ko‘nikmalarini, shuningdek, gipotezalarni ilgari surish va tekshirish qobiliyatini shakllantirishga xizmat qiladi. Parametrli tenglamalarni yechish jarayonida maktab o‘quvchilari tadqiqot faoliyatining elementlarini egallaydilar, bu esa matematik ta’limning zamonaviy talablariga mos keladi.

Taklif etilayotgan usul tayyor algoritmlarni reproduktiv o‘zlashtirishdan o‘quvchilarning faol bilish faoliyatini tashkil etishga o‘tishni ta’minlashi alohida ahamiyatga ega. Masalalarni yechish jarayonida o‘quvchilar tenglama tuzilishini mustaqil tahlil qiladilar, parametrlar bilan yechimlar to‘plami o‘rtasidagi bog‘lanishlarni aniqlaydilar, parametrlarning kritik qiymatlarini tadqiq etadilar va umumlashtiruvchi xulosalarni shakllantiradilar.

Kelgusidagi tadqiqotlarning istiqbolli yo‘nalishi ushbu yondashuvni tengsizliklar, funksional tenglamalar va tenglamalar sistemalarini o‘rganishda qo‘llash metodikasini ishlab chiqish, shuningdek, maktab o‘quvchilarining tadqiqot faoliyatini rivojlantirishga yo‘naltirilgan o‘quv-metodik materiallar majmuasini yaratishdan iborat.

Adabiyotlar:

1. Горнштейн П. И., Полонский В. Б., Якир М. С. Задачи с параметрами. 3-е изд. М.: Илекса; Харьков: Гимназия, 2005. 328 с.

2. Мирошин В. В. Решение задач с параметрами. Теория и практика. М.: Экзамен, 2009. 286 с.

3. Далингер В. А. Поисково-исследовательская деятельность учащихся по математике. Омск: Изд-во ОмГПУ, 2005. 456 с.

4. Литвинова И. Н. Решение задач с параметрами как средство формирования исследовательских умений учащихся // Научно-методический электронный журнал «Концепт». 2015. Т. 6. С. 11–15.

5. Alixonov S. Matematika o‘qitish metodikasi. Darslik. “Cho‘lpon”, T.: -2011.

6. Далингер В.А. Задачи с параметрами: учебное пособие. - Омск: Издательство ООО «Амфора», 2012. - 961 с. (15 - 16 с).

7. Turdaliyev Z. Super matematika 2. Toshkent: Akademnashr, 2020. 272-bet.

8. Turdaliyev Z. Super matematika 3. Toshkent: Akademnashr, 2020. 272-bet.

9. Janiqulov Q.K. Parametrli tenglamalarni har xil usulda yechish. “Algebra va analizning dolzarb masalalari” mavzusidagi respublika ilmiy-amaliy anjumani materiallari. Termiz. 2022-yil 18-19 noyabr. 261-263 betlar.

10. Arziqulov A.U., Janiqulov Q.K. About methods for solving parameter-dependent equations // Researchjet Journal of analysis and Inventions January. – 09.01.2022 – P. 96 – 103.

11. Janiqulov Q.K. On a method for solving parametrik equations with respect to a parametr // ISSN: 2795-8612. European Journal of nonformal Education. 20.02.2023 – P. 75-78.